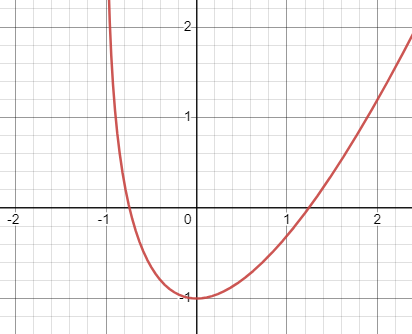
Задание 1. Найдите наименьший положительный корень уравнения точностью ε = 0,0001 комбинированным методом хорд и касательных.

Решение:

1) Отделим графически корень уравнения:



Выдвигаем предположение, что

Проверим интервал изоляции аналитически:

Корень отделен, .

2) Проверим условия комбинированного метода хорд и касательных для функции f(x) = на [1; 2].

f ʹ(x) = – непрерывна на [1; 2];

f ʺ(x) = - непрерывна на [1; 2];

f ʹ(x) = 0, = 0, x = 0 ∉ [1; 2] – производная отлична от нуля на [1; 2] и сохраняет знак на [1; 2];

f ʺ(x) = 0, = 0, x = -2 ∉ [1; 2] – производная отлична от нуля на [1; 2] и сохраняет знак на [1; 2].

Условия метода выполнены – метод применим.

Для выбора x0 необходимо определить знак fʹ(x) и fʺ(x) на [1; 2]. Так как производные сохраняют знак на [1; 2], то для определения знака можно подставить любое число из [1; 2], например, x = 1:

f ʹ(1) = , значит, f ʹ(x) > 0 при всех x ∈ [1; 2];

f ʺ(1) = > 0, значит, f ʺ(x) > 0 при всех x ∈ [1; 2].

f ʹ(x) > 0, f ʺ(x) > 0, значит, x0 = a = 1.

Итак, итерационные формулы , n = 0, 1, 2, …, где x0 =1. Пусть y0 = 1,5.

1 итерация

≤ 2 \* 0,0001 - неверно

2 итерация

≤ 2 \* 0,0001 – верно

Точность достигнута на 2 шаге ≤ 2 \* 0,0001, значит, t = 1,23998

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 0 | 1 | 1,5 | 0,5 |
| 1 |  |  |  |
| 2 |  |  |  |

Итак, t = 1,23998,

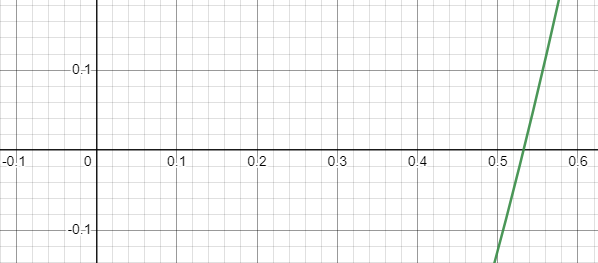
Ответ:.

Задание 2. Найдите наименьший положительный корень уравнения с точностью 𝜀 = 0,0001 методом простой

итерации.

Решение:

1) Отделим графически корень уравнения:



Выдвигаем предположение, что

Проверим интервал изоляции аналитически:

Корень отделен, .

2) Найдём расширенный интервал изоляции корня:

[a; b] = [0,5; 0,6]

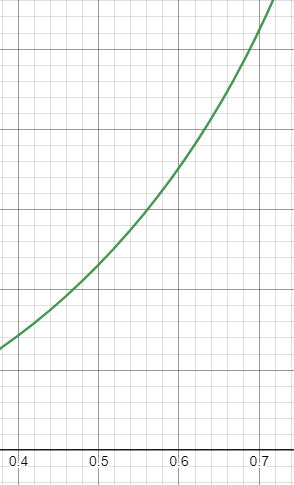
h = b – a = 0,1

[a – h; b + h] = [0,4; 0,7]

3) Приведём уравнение к виду x = g(x) и проверим условия метода

g(x) =

Построим график модуля производной.



Максимум модуля производной достигается в b = 0,7. Значит, .

Условия теоремы выполнены, метод можно применять.

Итак, g(x) = , q = 0,52353. Пусть

1 итерация

,

– неверно,

2 итерация

,

– неверно,

Воспользовавшись, например, Python, получим

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| 1 |  | 0,02512 |
| 2 |  | 0,00687 |
| 3 | 0,53174 | 0,00181 |
| 4 | 0,53218 | 0,00048 |
| 5 | 0,53206 | 0,00013 |
| 6 | 0,53210 | 0,00003 |

Итак, на 6 шаге , значит,

Ответ:.